भौतिकी के प्रायोगिक कार्य की प्रमुख कुशलताएँ

I 1.1 भूमिका

उच्चतर माध्यमिक चरण विद्यालयी शिक्षा का एक अत्यंत निर्णायक एवं चुनौतीपूर्ण चरण है, क्योंकि इस चरण में व्यापक अभिन्न पाठ्यचर्या विषय आधारित, अंतर्विषय विस्तार पाठ्यक्रमों में परिवर्तित हो जाती है। इस चरण में छात्र विषय के रूप में भौतिकी का चयन इस उद्देश्य से करते हैं कि वे अपने भविष्य की जीवन वृत्ति को मौलिक विज्ञानों अथवा विज्ञान आधारित इंजीनियरी, चिकित्साशास्त्र, सूचना प्रौद्योगिकी आदि जैसे व्यावसायिक पाठ्यक्रमों में आगे बढ़ा सकें।

भौतिकी का संबंध चेतन एवं अचेतन विश्व से संबद्ध द्रव्य एवं ऊर्जा के अध्ययन से है। यद्यपि विज्ञान की सभी शाखाओं में प्रयोगों की आवश्यकता होती है, परंतु भौतिकी में प्रयोगशाला में किये जाने वाले नियंत्रित प्रयोगों की प्रमुख आवश्यकता होती है। भौतिकी में प्रयोगशाला में किये जाने वाले प्रयोगों का मूल उद्देश्य सामान्यत: भौतिकी परिघटनाओं से संबंधित धारणाओं, नियमों एवं परिकल्पनाओं का सत्यापन और प्रामाणिकता का परीक्षण करना है। प्रयोगों को केवल करने से ही शिक्षार्थियों को स्वतंत्र विचारक बनने या स्वयं ही अंवेषण करने में कोई सहायता प्राप्त नहीं होती है। इसे ध्यान में रखते हुए प्रयोगशाला कार्य अत्यंत आवश्यक है और इसे विभिन्न तरीकों से प्रोत्साहित किया जाना चाहिए। इसके अंतर्गत प्रयोगों को केवल संपन्न करना ही शामिल नहीं है, बल्कि प्रयोगों को निष्पादित करने से जुड़े विभिन्न पहलुओं का अंवेषण करना भी है। अत: अनेक क्रियाकलापों के साथ-ही-साथ परियोजना कार्य करने से यह सुनिश्चित होगा कि शिक्षार्थी प्रयोगशाला में किये गये अंवेषण से प्राप्त प्रत्यक्ष अनुभवों के आधार पर अपने विचारों की रचना एवं पुन: रचना करने में कुशल हो जाएं। इसके अतिरिक्त, शिक्षार्थी प्रायोगिक कार्य को सिद्धांत से भी जोड़ने में भी समर्थ होंगे जिसका अपने परिवेश द्वारा उच्चतर माध्यमिक स्तर पर अध्ययन कर रहे हैं।

विज्ञान के इतिहास से यह तथ्य प्रकट होता है कि बहुत से महत्वपूर्ण आविष्कार प्रयोगों को करते समय ही हुए। भौतिकी के विकास में जितना महत्व किसी परिघटना को सैद्धांतिक रूप से समझने का है उतना ही उससे संबंधित प्रायोगिक कार्यों का भी है। प्रयोगशाला में अपने हाथों से प्रयोग करना महत्वपूर्ण है क्योंकि इससे ज्ञान के जनन में अपने प्रत्यक्ष योगदान होने की भावना उत्पन्न होती है। व्यक्तिगत रूप से प्रयोगशाला में प्रयोग करने तथा प्राप्त आँकड़ों का विश्लेषण करने से वैज्ञानिक मन:स्थिति दृढ़ करने, तार्किक सोच, विवेकपूर्ण दृष्टिकोण, आत्मविश्वास की अनुभूति, नेतृत्व प्रदान करने की क्षमता, वस्तुपरकता, सहयोगात्मक दृष्टिकोण, धैर्य रखने, आत्मविश्वास, दृढ़ प्रतिज्ञा आदि विकसित करने में सहायता मिलती है। प्रयोगों को

करने से हस्तकौशल, प्रेक्षण तथा रिपोर्ट प्रस्तुत करने की कुशलताओं का विकास भी होता है।

इसीलिए "राष्ट्रीय परिचर्या की रूपरेखा – 2005" एनसीईआरटी तथा माध्यमिक एवं उच्चतर माध्यमिक स्तर के पाठ्यक्रमों (एनसीईआरटी 2006) में प्रयोग तथा प्रयोगशाला में किये जाने वाले कार्यक्रलापों को शिक्षण - अधिगम प्रक्रिया का एक अनिवार्य अंग माने जाने पर पर्याप्त बल दिया गया है।

एनसीईआरटी ने इससे पहले ही नये पाठ्यक्रमों पर आधारित कक्षा 11 व 12 की भौतिकी की पाठ्यपुस्तकें प्रकाशित कर दी हैं। इस प्रयोगशाला-पुस्तिका का विकास भौतिकी-पाठ्यक्रम की विषय-वस्तु एवं प्रयोगशाला कार्यों में समन्वयन स्थापित करने तथा प्रत्यात्मक अवबोधन के संपूरण के लिये किया गया है। भौतिकी में प्रयोगशाला पुस्तिका का मूल उद्देश्य छात्रों को "प्रक्रिया अभिविन्यासित निष्पादन" अवबोधन (जो उत्पाद अथवा परिणाम निष्पादन के विपरीत है) में सम्मिलित करके प्रायोगिक कार्यों के लिये प्रेरित करना तथा विद्यालयों में अवनमित प्रयोगात्मक कार्यों को जीवन प्रदान करना है। विद्यालयों में संपन्न होने वाले प्रयोगात्मक कार्यों की इस सोचपूर्ण स्थिति को दृष्टि में रखते हुए, यह आशा की जाती है कि यह प्रयोगशाला पुस्तिका काफी सहायक एवं मूल्यवान सिद्ध होगी।

I 1.2 प्रायोगिक कार्य के उद्देश्य

भौतिकी के अंतर्गत प्राकृतिक परिघटनाओं के अवबोधन एवं इस अवबोधन के अनुप्रयोग से इन परिघटनाओं को उपयोग कर प्रौद्योगिकी के विकास और समाज की उन्नति के लिये विचार किया जाता है। भौतिकी के प्रायोगिक कार्य में **'करके सीखना'** सम्मिलित होता है। यह धारणाओं का स्पष्टीकरण करता है तथा अंवेषण के लिए प्रेरित करता है।

किसी प्रयोग अथवा कार्यकलाप को करते समय सावधानीपूर्वक क्रमवार चरणों में लिये गये प्रेक्षण व्यक्तिगत अंवेषण के साथ-साथ छोटे समूह अथवा सामूहिक अधिगम को सुगम बनाते हैं।

प्रायोगिक भौतिकी के पाठ्यक्रम को छात्रों को मूलभूत सिद्धांतों एवं नियमों पर आधारित प्रयोगों को कर सकने तथा विभिन्न प्रकार के मापक यंत्रों के उपयोग का अनुभव प्राप्त करने के योग्य बनाना चाहिए। प्रायोगिक कार्यों को करने से सीखने के मूल कौशलों में वृद्धि होती है। भौतिकी के प्रायोगिक कार्यों द्वारा विकसित होने वाले मुख्य कौशलों की चर्चा नीचे की गयी है।

I 1.2.1 *परिचालन-कौशल*

छात्र प्रायोगिक कार्य में **परिचालन-कौशलों** को विकसित करता है यदि वह कुशल है :

(i) प्रयोग के उद्देश्य तथा सिद्धांत को समझने के लिए।

(ii) प्रयोग को करने की कार्यविधि पर विचार करने के लिए।

(iii) सभी उपकरणों को उचित क्रम में व्यवस्थित करने के लिए।

(iv) कार्यविधि एवं प्रकार्य को ध्यान में रखते हुए *उपस्करों, उपकरणों, औजारों* की उपयुक्तता परीक्षण कर सकने के लिए।

(v) मापक उपकरण की सीमा जानने में तथा इसके अल्पतमांक एवं त्रुटि आदि ज्ञात करने में।

(vi) *उपकरण* का सतर्कता एवं सावधानीपूर्वक *परिचालन करने* में जिससे उपकरण के क्षतिग्रस्त होने तथा व्यक्तिगत हानि से भी बचाव हो।

(vii) *प्रयोग* को योजनाबद्ध ढंग से *संपन्न करने* में।

(viii) *परिशुद्ध प्रेक्षण* ले सकने में।

(ix) *उचित* मात्रकों (SI) को ध्यान में रखते हुए सूत्र में आंकड़ों का उचित *प्रतिस्थान करने* में।

(x) *परिणाम* का परिशुद्ध *परिकलन करने* तथा उसे उचित सार्थक अंकों एवं उपकरण के मापन की परिशुद्धता की कोटि की तर्क-संगतता को दृष्टिगत रखकर व्यक्त करने में।

(xi) *परिणामों की व्याख्या, सिद्धांतों का सत्यापन* एवं *निष्कर्ष निकालने* में।

(xii) *उचित* उपस्करों, उपकरणों, औजारों, *सामग्रियों* आदि के चयन द्वारा आगे के अंवेषणों के लिये सरल *कामचलाऊ उपकरणों को बनाने में।*

I 1.2.2 *प्रेक्षण कौशल*

छात्र प्रायोगिक कार्य में **प्रेक्षण कौशलों** को विकसित करता है यदि वह कुशल है :

(i) *उपकरणों* के विषय में अध्ययन करने में तथा अल्पतमांक को ध्यान में रखते हुए भौतिकी राशियों की माप लेने में।

(ii) *प्रेक्षणों* को लेते समय सही क्रम का अनुसरण करने में।

(iii) *योजनाबद्ध* ढंग से सावधानीपूर्वक प्रेक्षण लेने में।

(iv) *प्रभावित* करने वाले कारकों को ध्यान में रखते हुए स्वतंत्रतापूर्वक कई बार प्रत्येक प्रेक्षण के दोहराने में।

I 1.2.3 *आरेखण कौशल*

छात्र प्रेक्षित आँकड़ों को रिकॉर्ड करने के लिये **आरेखण कौशलों** को विकसित करता है। यदि वह कुशल है :

(i) *उपकरण* का व्यवस्थात्मक आरेख बनाने में।

(ii) सही प्रकाश किरण आरेखों, परिपथ आरेखों को आरेखित करने में।

(iii) *उचित* रेखाओं एवं तीरों द्वारा बल, तनाव, विद्युतधारा, प्रकाश किरण आदि की दिशाओं को दर्शाने में।

(iv) *उचित* पैमानों का चयन कर तथा उचित पैमाने का उपयोग करके स्वच्छतापूर्वक सही ग्राफ़ों के आलेखन में।

I 1.2.4 *प्रतिवेदन कौशल*

छात्र प्रायोगिक कार्य में प्रेक्षित आंकड़ों को प्रस्तुत करने के **प्रतिवेदन कौशलों** को विकसित करता है। यदि छात्र कुशल है :

(i) *प्रयोग* के उद्देश्य, उपकरण, उपयोग होने वाले सूत्र, सिद्धांत, प्रेक्षण तालिका, परिकलन तथा परिणाम के उचित *प्रस्तुतिकरण* में।

(ii) अवयवों के लिये उचित संकेत का उपयोग कर प्रस्तुतिकरण का रेखांकित चित्र से पुष्टि करना (बल प्रदान करना)।

(iii) *प्रेक्षणों* को क्रमिक रूप में और व्यवस्थात्मक ढंग से उचित मात्रकों के साथ तालिका के रूप में प्रस्तुत करने में जहाँ वांछनीय हो।

(iv) किरण प्रकाशिकी के प्रयोगों के *प्रेक्षणों* को रिकार्ड करने में चिह्न परिपाटी का उचित पालन करने में।

(v) किसी दिये गये प्रयोग के *परिकलनों*/परिणामों को उचित सार्थक अंकों, उचित प्रतीकों, मात्रकों तथा यथार्थता की कोटि सहित प्रस्तुत करने में।

(vi) परिणाम में त्रुटि का परिकलन करने में।

(vii) *उपकरण की सीमाओं* (यदि कोई हैं, तो) की रिपोर्ट प्रस्तुत करने में।

(viii) *किसी* परिकल्पना को मान्यता देने अथवा अस्वीकृत करने के लिये परिणामों के *सारांश बनाने* में।

(ix) *प्राप्त* आँकड़ों, प्रेक्षणों अथवा ग्राफ़ों की व्याख्या करके निष्कर्ष निकालने में।

(x) *संपन्न* किये गये कार्य में आगे और अंवेषण की गुंजाइश की खोज करने में।

इनके अतिरिक्त, सबसे मूल्यवान कौशल वही है जो सृजनात्मक व अंवेषणात्मक क्षेत्र से संबधित हो।

I 1.3 प्रायोगिक कार्य के विशिष्ट उद्देश्य

प्रायोगिक कार्य के विशिष्ट उद्देश्यों को प्रक्रिया विन्यासित निष्पादन कौशल एवं उत्पाद विन्यासित निष्पादन कौशल में वर्गीकृत किया जा सकता है।

I 1.3.1 *प्रक्रिया विन्यासित निष्पादन कौशल*

छात्र प्रायोगिक कार्य में प्रक्रिया विन्यासित निष्पादन कौशलों को विकसित करता है यदि वह कुशल है :

(i) उचित औज़ारों, उपस्करों, सामग्री, उपकरणों, रसायन आदि का *चयन करने* एवं उन्हें उचित प्रकार से *संचालित करने* में।

(ii) प्रयोग आरंभ करने से पहले उपकरण के *अवयवों की जाँच करने* में।

(iii) उपकरण के विभिन्न अवयवों की त्रुटियों तथा उनकी *सीमाओं का संसूचन एवं संशोधन करने* में।

(iv) प्रयोग में उपयोग होने वाले *सिद्धांत/सूत्र का उल्लेख करने* में।

(v) प्रेक्षण लेने के लिये *व्यवस्थात्मक योजना बनाने* में।

(vi) जहाँ आवश्यक हो दिये गये उपकरण के स्वच्छ एवं नामांकित आरेख/किरण *आरेख/परिपथ आरेख खींचने* में।

(vii) प्रयोग को करने के लिये *उपकरण को व्यवस्थित करने* में।

(viii) उपकरणों, रसायनों तथा सामग्रियों के *सावधानीपूर्वक* संचालन में।

(ix) *प्रेक्षणों को प्रभावित करने वाले कारकों की पहचान करने* तथा *उनके प्रभाव को न्यूनतम करने के लिये उचित उपाय करने में।*

(x) अनुबद्ध समय में यथोचित गति, परिशुद्धता एवं यथार्थता के साथ *प्रयोग संपन्न करने में।*

(xi) उचित पैमाने का चयन कर तथा उपयुक्त पैमाने का उपयोग कर संचयित *आँकड़ों को ग्राफ़ीय तरीके से स्वच्छता से निरूपित करने में।*

(xii) *प्रासंगिक* आँकड़ों, प्रेक्षणों, परिकलन अथवा ग्राफ़ की *व्याख्या कर निष्कर्ष निकालने में।*

(xiii) *प्रयोग* को संपन्न करने की कार्यविधि, सावधानियाँ तथा सम्मिलित सिद्धांत का *प्रतिवेदन करने में।*

(xiv) जहाँ आवश्यक हो उपकरण के *पुर्जों को अलग करने और जोड़ने में।*

(xv) प्रयोगशाला में कार्य करने के *मानक दिशा-निर्देशों का पालन करने में।*

I 1.3.2 *उत्पाद विन्यासित निष्पादन कौशल*

छात्र प्रायोगिक कार्य में उत्पाद विन्यासित निष्पादन कौशलों को विकसित करता है यदि वह कुशल है :

(i) प्रयोग में उपयोग होने वाले उपकरण के विभिन्न अवयवों एवं सामग्रियों की *पहचान करने में।*

(ii) प्रयोग की योजना के अनुसार उपकरण के विभिन्न अवयवों को *व्यवस्थित करने में।*

(iii) ग्राफ़ीय एवं आंकिक विश्लेषणों को सुगम बनाने के लिये प्रेक्षणों एवं आंकड़ों को *व्यवस्थात्मक ढंग से रिकॉर्ड करने में।*

(iv) ग्राफ़ों एवं परिकलनों आदि का उपयोग करके प्रेक्षणों को *व्यवस्थात्मक ढंग से प्रस्तुत करने* में तथा रिकार्ड किये गये प्रेक्षणों के आधार पर *निष्कर्ष निकालने* में।

(v) परिणामों को अंतिम रूप देने के लिये रिकॉर्ड किये गये प्रेक्षणों के *विश्लेषण एवं व्याख्या करने में।*

(vii) प्रायोगिक परिणाम के आधार पर किसी *परिकल्पना को मान्यता देने अथवा अस्वीकृत करने में।*

I 1.4 प्रायोगिक त्रुटियाँ

प्रत्येक प्रयोग का अंतिम उद्देश्य परोक्ष अथवा प्रत्यक्ष रूप से किसी भौतिक राशि के मान की माप करना होता है। मापने की प्रक्रिया में ही मापे गये मान में कुछ अनिश्चितताएं आ जाती हैं। **कोई भी मापन त्रुटि रहित नहीं होता।** इस प्रकार कुछ प्रयोगों से मापन द्वारा प्राप्त किसी भौतिक राशि का मान उसके मानक अथवा वास्तविक सही मान से भिन्न हो सकता है। मान लीजिए किसी भौतिक राशि का प्रायोगिक प्रेक्षित मान 'a' है जबकि उसका वास्तविक मान 'a_0' है। तब अंतर $(a - a_0) = e$ को मापन की त्रुटि कहते हैं। चूँकि अधिकांश प्रकरणों में वास्तविक मान a_0 ज्ञात नहीं होता, अत: अचर पदों में त्रुटि e को निर्धारित कर पाना संभव नहीं है। तथापि, e के संभावित परिणाम का आकलन करना संभव है। त्रुटि के आकलित मान को **प्रायोगिक त्रुटि** कहते हैं। यह त्रुटि मापक यंत्रों के अल्पमांक के कारण अथवा अल्पमांक के साथ-ही-साथ चर राशि वाले किसी गणितीय संबंध के कारण हो सकती है। किसी प्रयोग की गुणवत्ता का निर्धारण उसके परिणाम की प्रायोगिक अनिश्चितता द्वारा किया जाता है। अनिश्चितता का परिणाम जितना कम होता है, प्रायोगिक मापित मान उतना ही वास्तविक मान के अधिक निकट होता है। **परिशुद्धता वास्तविक मान एवं मापित मान की निकटता की माप होती है।** इसके विपरीत, यदि किसी भौतिक राशि को प्रयोग करते समय बार-बार मापा जाता है, तो इस प्रकार प्राप्त मान एक-दूसरे से भिन्न हो सकते हैं। प्रायोगिक आंकड़ों का यह छितराव अथवा फैलाव प्रयोग/उपकरण की परिशुद्धता की माप होती है। प्रायोगिक मान में कम फैलाव का अर्थ अधिक परिशुद्ध प्रयोग से है। **इस प्रकार परिशुद्धता एवं यर्थाथता दो भिन्न धारणाएँ हैं। यथार्थता वास्तविक मान के निकटता की माप है जबकि परिशुद्धता प्रायोगिक आंकड़ों में फैलाव की माप होती है।** यह काफी संभव है कि उच्च परिशुद्धता से प्राप्त प्रायोगिक आंकड़ा काफी अयथार्थ हो (यदि माप में बहुत-सी व्यवस्थात्मक त्रुटियाँ हैं)। अधिकतम फैलाव का रूक्ष अनुमान मापक यंत्र की अल्पतमांक से संबंधित होता है।

प्रायोगिक त्रुटियों को दो वर्गों में बाँटा जा सकता है: (a) क्रमबद्ध त्रुटि, (b) यादृच्छिक त्रुटि। क्रमबद्ध त्रुटि (1) दोषयुक्त यंत्र (जैसे वर्नियर कैलीपर्स में शून्यांक त्रुटि) (2) प्रयोग को करने की अशुद्ध विधि तथा (3) प्रयोगकर्ता की आदतों आदि के कारण उत्पन्न हो सकती हैं। **क्रमबद्ध त्रुटियाँ** वे त्रुटियाँ हैं जिनके लिये संशोधनों का अनुप्रयोग किया जा सकता है और सैद्धांतिक दृष्टि से उन्हें दूर किया जा सकता है। कुछ सामान्य क्रमबद्ध त्रुटियाँ हैं (i) माइक्रोमीटर स्क्रू और वर्नियर कैलिपर के पाठ्यांक में शून्य त्रुटि (ii) पिच्छट त्रुटि। जब माइक्रोमीटर के पैमाने पर स्क्रू को पहले एक दिशा में और फिर विपरीत दिशा में घुमाकर पाठ्यांक लिया जाता है, तो यह पाठ्यांक स्क्रू द्वारा तय की गयी वास्तविक दूरी से कम होगा। इस त्रुटि का परिहार करने के लिये स्क्रू को समान दिशा में घुमाते हुए ही सभी पाठ्यांक लेने

चाहिए। (iii) 'बेंच त्रुटि' अथवा 'सूचकांक त्रुटि'। जब प्रकाशीय बेंच के पैमाने पर मापी गई दूरियां प्रकाशीय युक्तियों के बीच की वास्तविक दूरियों के संगत नहीं होती हैं तो सही मानों को प्राप्त करने के लिये उन दूरियों के बीच के अंतर को जोड़ना अथवा घटाना आवश्यक है। (iv) यदि संबंध रेखीय है तथा क्रमबद्ध त्रुटि नियत है तो सरल रेखा ग्राफ़ प्रवणता में बिना किसी परिवर्तन के अपनी जगह से खिसक जाएगा, किंतु रेखा के अंत:खंड में क्रमबद्ध त्रुटि सम्मिलित हो जायेगी।

यह ज्ञात करने के लिये कि किसी प्रयोग के परिणाम में क्रमबद्ध त्रुटियाँ हैं अथवा नहीं, एक ही भौतिक राशि की माप विभिन्न विधियों द्वारा प्राप्त की जानी चाहिए। यदि दो विभिन्न विधियों से प्राप्त एक भौतिक राशि के मान एक-दूसरे से काफी भिन्न हैं तो क्रमबद्ध त्रुटि की संभावना हो सकती है। क्रमबद्ध त्रुटि के लिये संशोधन अनुप्रयोग करने पर प्राप्त प्रायोगिक मान में अब भी त्रुटि होती है। ऐसी सभी अवशिष्ट त्रुटियों, जिनके उद्‌भव का पता नहीं लगाया जा सकता, को **यादृच्छिक त्रुटि** कहते हैं। यादृच्छिक त्रुटियों को टाला नहीं जा सकता तथा यादृच्छिक त्रुटियों के सटीक मान ज्ञात करने का कोई तरीका नहीं है। तथापि इनके मान के परिणाम में कमी लाने के लिए एक ही भौतिक राशि को एक ही विधि द्वारा बार-बार मापा जाता है तथा फिर इस मापित मानों का औसत मान ज्ञात कर लिया जाता है (विस्तार से जानने के लिये, *कक्षा 11 की भौतिकी की पाठ्यपुस्तक* देखिए, *भाग I अध्याय 2 (एन.सी.ई.आर.टी., 2006)*।

प्रयोगशाला में प्रयोग करते समय हम विभिन्न अल्पतमांकों के विभिन्न मापक यंत्रों द्वारा विभिन्न राशियों को मापते हैं। यह मानना तर्कसंगत है कि किसी मापित माप में अधिकतम त्रुटि जिस मापक यंत्र से माप की गयी है उसके अल्पतमांक से अधिक नहीं हो सकती। इस प्रकार उन प्रकरणों में जहाँ किसी सरल राशि को सीधे ही किसी यंत्र से मापा गया हो, तो मापित माप में, व्यापक रूप से मापक यंत्र के अल्पतमांक को अधिकतम त्रुटि मान लेते हैं। यदि किसी राशि जिसका वास्तविक मान A_0 है, उसकी माप a अल्पतमांक वाले यंत्र से मापने पर A है, तो

$$A = (A_0 \pm a)$$

$$= A_0 (1 \pm a / A_0)$$

$$= A_0 (1 \pm f_a)$$

यहाँ f_a को A की अधिकतम भिन्नात्मक त्रुटि कहते हैं। इसी प्रकार अन्य मापित राशि B के लिये

$$B = B_0 (1 \pm f_b)$$

अब मान लीजिए A तथा B के मापित मानों से सूत्र $Z = A.B$ का उपयोग कर कोई राशि, जैसे Z, परिकलित की जाती है।

हम यह चाहते हैं कि Z के परिकलित मान में अपेक्षित कुल अनिश्चितता (अथवा संभावित अधिकतम त्रुटि) परिकलित करें, तो हम लिख सकते हैं कि

24/04/2018

$Z = A.B$

$= A_0 (1 \pm f_a).B_0 (1 \pm f_b)$

$= A_0 B_0 (1 \pm f_a \pm f_b \pm f_a f_b)$

$\simeq A_0 B_0 [1 \pm (f_a + f_b)]$ (यदि f_a तथा f_b बहुत अल्प राशि है तो इनके गुणनफल $f_a f_b$ की उपेक्षा की जा सकती है।)

अथवा $Z \approx Z_0 (1 \pm f_z)$

यहाँ Z के मान में भिन्नात्मक त्रुटि f_z का अधिकतम मान $|f_a + f_b|$ हो सकता है।

इसके विपरीत, यदि राशि Y जिसे हमें परिकलित करना है, वह इस प्रकार है

$Y = A / B$

$= A_0 (1 \pm f_a) / B_0 (1 \pm f_b)$

$= Y_0 (1 \pm f_a)(1 \pm f_b)^{-1}$ $\left[Y_0 = \frac{A_0}{B_0} \right]$

$= Y_0 (1 \pm f_a)(1 \pm f_b + f_b^2)$

$= Y_0 (1 \pm f_a)(1 \pm f_b)$

$\sim Y_0 \; 1 \pm (f_a + f_b)$

अथवा $Y = Y_0 (1 \pm f_y)$, जहाँ $f_y = f_a + lf_b$ है। यहाँ Y के परिकलित मान में अधिकतम भिन्नात्मक अनिश्चितता f_y फिर भी $(f_a + f_b)$ ही है। ध्यान दीजिए, अधिकतम भिन्नात्मक अनिश्चितता सदैव योगात्मक होती है।

कोई व्यापक प्रकरण लेते हैं, जहाँ किसी राशि P को कई मापित राशियों x, y, z आदि से सूत्र $P = x^a y^b z^c$ के उपयोग द्वारा परिकलित किया गया है। यह दर्शाया जा सकता है कि P के परिकलित मान में अधिकतम भिन्नात्मक त्रुटि f_p इस प्रकार निरूपित की जाती है

$$f_p = |a| f_x + |b| f_y + |c| f_z$$

यह प्रेक्षित किया जा सकता है कि राशि P में समग्र भिन्नात्मक त्रुटि f_p का मान प्रत्येक मापित राशि की भिन्नात्मक त्रुटियों f_x, f_y, f_z आदि के साथ-साथ सूत्र में प्रकट होने वाली इनकी घातों a, b, c आदि पर भी निर्भर करती है। इस दृष्टि से, वह राशि जिसकी सूत्र में अधिकतम घात हो उसकी माप निम्नतम संभावित भिन्नात्मक त्रुटि से की जानी चाहिए, ताकि $|a| f_x + |b| f_y + |c| f_z$ का समग्र भिन्नात्मक त्रुटि f_p को योगदान परिणाम की समान कोटि का हो।

आइए, अब हम किसी राशि, जिसे ऐसे सूत्र का उपयोग कर निर्धारित किया गया है जिसमें

कई मापित भौतिक प्राचल सम्मिलित हैं, में अपेक्षित अनिश्चितता (अथवा प्रायोगिक त्रुटि) परिकलित करें।

यंग गुणाक Y एक ऐसी भौतिक राशि है जिसे निम्नलिखित सूत्र द्वारा परिकलित किया जाता है

$$Y = \frac{M g L^3}{4 b d^3 \delta}$$

यहाँ M द्रव्यमान है, g गुरुत्वीय त्वरण, L आयताकार अनुप्रस्थ-काट वाली धात्विक छड़ की लंबाई जिसकी b चौड़ाई तथा d मोटाई है तथा दो सिरों पर टिकी छड़ के मध्य बिंदु पर द्रव्यमान M निलंबित करने पर छड़ में क्षैतिज से अवनमन δ है (चित्र I 1.1)।

अब वास्तविक प्रयोग में M को 1 kg लिया जा सकता है। साधारणतया द्रव्यमान में अनिश्चितता 1g से अधिक नहीं होती। इसका अर्थ यह है कि द्रव्यमान की माप करने वाली साधारण तुलाओं का अल्पतमांक 1g होता है। इस प्रकार भिन्नात्मक त्रुटि f_M = 1g/1kg अथवा $f_M = 1 \times 10^{-3}$ है।

अब हम यह मानते है कि गुरुत्वीय त्वरण g का मान 9.8 m s^{-2} है तथा इसमें कोई सार्थक त्रुटि नहीं है। अत: g में कोई भिन्नात्मक त्रुटि नहीं होगी, अर्थात् $f_g = 0$ होगा। साथ ही मान लीजिए, छड़ की लंबाई L = 1m है तथा इसे सामान्य पैमाने से जिसकी अल्पतमांक 1mm = 0.001m है से मापा जाता है। अत: लंबाई L में भिन्नात्मक त्रुटि f_L

f_L = 0.01m/1m = 1×10^{-3}

अब छड़ की लंबाई b जो लगभग 5 cm होती है को वर्नियर कैलीपर्स जिसका अल्पतमांक माप 0.01cm होता है, से मापते हैं। तब भिन्नात्मक त्रुटि f_b

f_b = 0.01cm/5cm = 0.002 = 2×10^{-3}

इसी प्रकार छड़ की मोटाई d को 0.001cm के अल्पतमांक माप के स्क्रूगेज़ से मापते हैं। यदि छड़ 0.2 cm मोटाई की लेते हैं, तो भिन्नात्मक त्रुटि f_d

f_d = 0.001cm/0.2 cm = 0.005 =5×10^{-3}

अंतत: अवनमन δ लगभग 5 mm है जिसे 0.001cm के अल्पतमांक के स्फ़ेरोमीटर से मापते हैं। तब

f_δ = 0.001 cm/0.5 cm = 0.002 = 2×10^{-3}

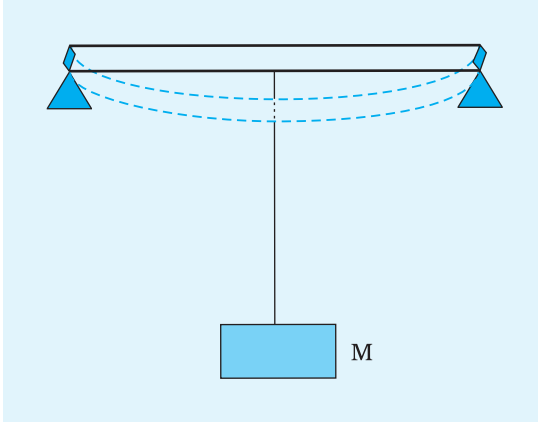
प्रत्येक राशि की भिन्नात्मक त्रुटि ज्ञात करने के पश्चात् आइए अब Y के मान में भिन्नात्मक त्रुटि ज्ञात करें ।

24/04/2018

$f_Y = (1)\,f_M + (1)\,f_g + (3)\,f_L + (1)\,f_b + (3)\,f_d + (1) f_\delta$

$= 1\times(1\times10^{-3}) + 1\times0 + 3\times(1\times10^{-3}) + 1\times(2\times10^{-3}) + 3\times(5\times10^{-3}) + 1\times(2\times10^{-3})$

$= 1\times10^{-3} + 3\times10^{-3} + 2\times10^{-3} + 15\times10^{-3} + 2\times10^{-3}$

अथवा $f_Y = 22\times10^{-3} = 0.022$

चित्र *I 1.1* अपने दोनों सिरों पर समंजित M द्रव्यमान का एक धातुक दंड।

अतः संभावित भिन्नात्मक त्रुटि (अथवा अनिश्चितता) $f_y \times 100 = 0.022 \times 100 = 2.2\%$ है। यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह है कि किसी अच्छे प्रयोग के लिये Y के परिकलित मान में विभिन्न पदों से प्राप्त अधिकतम भिन्नात्मक त्रुटि f_Y के लिये विभिन्न पदों के योगदान अर्थात् f_M, $3f_L$, f_b, $3f_d$ एवं f परिमाण में समान कोटि के होने चाहिए। ऐसा नहीं होना चाहिए कि इनमें से किसी एक राशि का मान इतना अधिक हो कि f_Y का निर्धारण मात्र उसी राशि (उसी कारक) द्वारा हो। यदि ऐसा होता है तो अन्य राशियों की माप महत्वहीन हो जाएगी। यही कारण है कि छड़ की माप मीटर पैमाने जिसका अल्पतमांक (0.1cm) बड़ा होता है, के द्वारा की जाती है जबकि छोटी राशियों d तथा δ को स्क्रूगेज़ व स्फ़ेरोमीटर द्वारा मापते हैं जिनका अल्पतमांक छोटा (0.001cm) होता है। साथ ही उन राशियों, जिनका सूत्र में उच्च घात होता है, जैसे d तथा L को अधिक सावधानीपूर्वक तथा कम अल्पतमांक वाले यंत्रों से मापना चाहिए।

अधिकांश प्रयोगों का अंतिम उत्पाद कुछ भौतिक राशियों का मापित मान ही होता है। इसी मापित मान को सामान्यतः प्रयोग का परिणाम कहते हैं। किसी परिणाम की घोषणा करते समय तीन मुख्य बातों की आवश्यकता होती है जो इस प्रकार हैं—मापित मान, परिणाम में अपेक्षित अनिश्चितता (अथवा प्रायोगिक त्रुटि) तथा वह मात्रक जिसमें उस राशि को व्यक्त किया जाना है। इस प्रकार **मापित मान** को त्रुटि तथा उचित मानक के साथ, मान ± त्रुटि (मात्रक) के रूप में व्यक्त किया जाता है।

मान लीजिए किसी राशि का उद्धरण $A \pm a$ (मात्रक) के रूप में किया गया है।

इससे यह ध्वनित होता है कि A का आकलन A/a के 1 भाग की यथार्थता तक है जबकि A तथा a दोनों संख्याएं हैं। सामान्य व्यवहार में इन संख्याओं में उन सभी अंकों को सम्मिलित किया जाता है, जो विश्वसनीय रूप से ज्ञात हों तथा उसमें एक अनिश्चित अंक और जोड़ देते हैं। इस प्रकार सभी विश्वसनीय अंक जमा पहला अनिश्चित अंक मिलकर **सार्थक अंक** कहे जाते हैं। मापित मान के सार्थक अंकों को त्रुटियों से मेल खाना चाहिए। प्रस्तुत उदाहरण में यह मानते हुए कि यंग स्थिरांक $Y = 18.2 \times 10^{10}$ Nm^{-2} है (कृपया दिये गये आंकड़ों से परिकलन करके इस मान की जाँच कर लें) तथा त्रुटि $\frac{\Delta Y}{Y} = f_Y$

$\Delta Y = f_Y Y$

$= 0.022 \times 18.2 \times 10^{10}$ Nm^{-2}

$= 0.39 \times 10^{10}$ Nm^{-2} जहाँ ΔY प्रायोगिक त्रुटि है।

अतः Y का उद्धित मान $(18.2 \pm 0.4) \times 10^{10}$ Nm^{-2} होना चाहिए।

I 1.5 लॉगेरिथ्म (लघुगणक)

दिये गये आधार के साथ किसी संख्या का लॉगेरिथ्म वह घातांक है जिसके आधार पर उत्थित करने पर वही संख्या प्राप्त होती है।

यदि $a^x = N$ है, तब x को N का a आधार सहित लॉगेरिथ्म कहते हैं तथा इसे $\log_a N$ द्वारा निरूपित करते हैं। इसे $\log N$ टू द बेस a पढ़ते हैं। उदाहरण के लिये $2^4 = 16$। इसका अर्थ यह हुआ कि बेस 2 के साथ 16 का log (लॉग) 4 के बराबर है अथवा $\log_2 16 = 4$ है। सामान्यत: हम किसी संख्या के लिये आधार 10 के साथ लॉगेरिथ्म का उपयोग करते हैं। यहाँ $\log 10 = 1$, $\log 100 = \log 10^2$, इत्यादि। आधार 10 से साथ लॉगेरिथ्म को प्राय: log लिखते हैं।

(i) साधारण लॉगेरिथ्म

किसी संख्या के लॉगेरिथ्म के दो भाग होते हैं–

(i) पूर्णांश–यह पूर्णांकीय भाग होता है (प्राकृतिक संख्या का पूर्ण)।

(ii) अपूर्णांश–यह भिन्नात्मक भाग होता है जिसे सामान्यत: दशमलव के रूप में व्यक्त किया जाता है (अर्धपूर्णांश सदैव धनात्मक होता है)।

(ii) किसी संख्या का पूर्णांश कैसे ज्ञात करें?

पूर्णांश संख्या के परिणाम पर निर्भर करता है तथा इसे दशमलव की स्थिति द्वारा निर्धारित किया जाता है। 1 से बड़ी संख्या के लिये पूर्णांश धनात्मक होता है तथा इसका मान दशमलव बिंदु के बायीं ओर के अंकों की संख्या से एक कम होता है।

1 से छोटी संख्या (अर्थात् दशमलव भिन्न) के लिये पूर्णांश ॠणात्मक होता है तथा इसका मान दशमलव बिंदु तथा पहले अंक के बीच शून्यों की संख्या से एक अधिक होता है। उदाहरण के लिये संख्या के पूर्णांक इस प्रकार होते हैं

430700 का पूर्णांश 5; 4307 का पूर्णांश 3; 43.07 का पूर्णांश 1;
4.307 का पूर्णांश 0; 0.4307 का पूर्णांश –1. 0.04307 का पूर्णांश –2;
0.0004307 का पूर्णांश –4; 0.00004307 का पूर्णांश – 5 है।

ॠणात्मक पूर्णांशों को प्राय: $\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}$ द्वारा लिखते हैं तथा बार 1, बार 2 आदि पढ़ते हैं।

I 1.5 .1 *किसी संख्या का अपूर्णांश (mantissa) कैसे ज्ञात करें?*

अपूर्णांश का मान अंकों तथा उनके क्रमों पर निर्भर करता है, दशमलव बिंदु की स्थिति पर नहीं। जब तक अंक तथा उनका क्रम समान रहता है, उसका अपूर्णांश वही रहता है, चाहे दशमलव बिंदु की स्थिति कुछ भी क्यों न हो।

पुस्तिका के अंत में दी गयी लॉगेरिथ्म तालिका में केवल अपूर्णांश दिये गये हैं। ये प्राय: चार अंकों की संख्याओं के लिये होते हैं और यदि किसी संख्या में चार से अधिक अंक हों तो पूर्णांश को निर्धारित करने के पश्चात् उसका निकटन चार अंकों वाली संख्या में कर लिया जाता है। अपूर्णांश ज्ञात करने के लिये तालिका का अनुसरण नीचे दिये अनुसार किया जाता है।

(i) संख्या के पहले दो सार्थक अंकों को तालिका के बायें वाले ऊर्ध्वाकार स्तंभ में देखते हैं जिसमें 10 से 99 के बीच की सभी संख्याएं दी होती हैं। यदि अंक 10 से छोटा है तो उसका अपूर्णांश, अंक को 10 से गुणा करके निर्धारित किया जा सकता है।

(ii) शीर्षस्थ कॉलम में क्षैतिज रेखा के अनुदिश अंक दिये होते हैं।

ये दी गयी संख्या के तीसरे अंक के तदनुरूप होते हैं।

(iii) इसके आगे अंकों 1 2 3 4 5 6 6 8 9 के नीचे अंतर कॉलम दी गयी संख्या के चौथे अंक के तदनुरूप होता है।

उदाहरण 1– 278.6 का लॉगेरिथ्म ज्ञात कीजिए।

उत्तर–संख्या में दशमलव बिंदु के बायीं ओर तीन अंक हैं। अत: इसका पूर्णांक 2 है। अपूर्णांक ज्ञात करने के लिये दशमलव बिंदु की उपेक्षा कीजिए तथा पहले ऊध्वार्धर कॉलम में 27 को तथा बीच के शीर्षस्थ कॉलम में 8 को देखिए। 27 से क्षैतिज रेखा के अनुदिश दायीं ओर तथा 8 से ऊर्ध्वाधर अधोमुखी चलिए। ये दोनों रेखाएं एक बिंदु पर मिलती हैं जहाँ संख्या 4440 लिखी है। यह 278 का अपूर्णांश है। इसी क्षैतिज रेखा के अनुदिश आगे बढ़ते जाइए तथा अंतर कॉलम में अंक 6 के ऊर्ध्वाधर नीचे देखिए। आप यहाँ अंक 9 पाएंगे। अत: 2786 का अपूर्णांश 4440 + 9 = 4449 है।

अत: 278.6 का लॉगेरिथ्म 2.4449 (अथवा $\log 278.6 = 2.4449$)है।

उदाहरण 2– 278600 का लॉगेरिथ्म ज्ञात कीजिए।

उत्तर– इस संख्या का पूर्णांश 5 है तथा अपूर्णांश ऊपर के उदाहरण 1 में दिये अनुसार ही है। हम केवल चार सार्थक अंकों का अपूर्णांश ज्ञात कर सकते हैं। अत: हम आखिरी 2 अंकों की उपेक्षा कर सकते हैं।

$$\therefore \log 278600 = 5.4449$$

उदाहरण 3– 0.00278633 का लॉगेरिथ्म ज्ञात कीजिए।

उत्तर– इस संख्या का पूर्णांक $\bar{3}$ है, क्योंकि इसमें दशमलव बिंदु के पश्चात् दो शून्य हैं। हम

केवल चार सार्थक अंकों का अपूर्णांश ज्ञात कर सकते हैं। अत: हम अंत के दो अंकों (33) की उपेक्षा कर सकते हैं और 2786 का अपूर्णांश ज्ञात करते हैं जो 4449 है।

$\therefore \log 0.00278633 = \bar{3}.4449$

जब किसी ऐसी संख्या जिसमें 4 से अधिक सार्थक अंक होते हैं का अंतिम अंक 5 या इससे अधिक होता है तो उससे अगले बायें अंक में एक जोड़ देते हैं और इस प्रक्रिया को संख्या में चार सार्थक अंक रहने तक दोहराते जाते हैं। यदि अंतिम अंक 5 से कम है तो पहले उदाहरण की भाँति उसकी उपेक्षा कर देते हैं।

यदि हमारे पास संख्या 2786.58 है तो इसमें अंतिम अंक 8 है। अत: हम इससे अगले बायें अंक को बढ़ाकर 6 करेंगे और चूँकि 6 फिर 5 से अधिक है, हम अगले अंक को एक बढ़ाकर 6 से 7 करेंगे तथा 2787 का लॉगेरिथ्म ज्ञात करेंगे।

I 1.5.2 *ऐंटिलॉगेरिथ्म (प्रतिलघुगणक)*

वह संख्या जिसका लॉगेरिथ्म x है उसे x का ऐंटिलॉगेरिथ्म कहते हैं। इसे antilog x द्वारा निरूपित करते हैं।

इस प्रकार चूँकि $\log 2 = 0.3010$, तब antilog $0.3010 = 2$

उदाहरण 1– वह संख्या ज्ञात कीजिए जिसका लॉगेरिथ्म 1.8088 है।

उत्तर – इस कार्य के लिये हम ऐंटिलॉगेरिथ्मीय तालिका का उपयोग करते हैं जिसका उपयोग भिन्नात्मक भाग के लिये किया जाता है।

(i) उदाहरण 1 में भिन्नात्मक भाग 0.8088 है। बायीं ओर से पहले दो अंक 0.80 हैं। इसका तीसरा अंक 8 तथा चौथा अंक भी 8 है।

(ii) ऐंटिलॉगेरिथ्मीय तालिका के पहले ऊर्ध्वाधर कॉलम में 0.80 के लिये देखिए। इसके सामने की क्षैतिज पंक्ति में उस कॉलम जिसके शीर्ष पर 8 लिखा है, हम एक संख्या 6427 को इन दोनों के कटान (प्रतिच्छेदन) पर पाते हैं। इसका अर्थ है अपूर्णांक 0.808 के लिये संख्या 6427 है।

(iii) इसी क्षैतिज पंक्ति की निरंतरता में दायीं ओर औसत अंतर (Mean Difference) वाले कॉलम जिसके शीर्ष पर 8 अंकित है के बीच दोनों के कटान पर हमें एक संख्या 12 मिलती है। 6427 में 12 जोड़ने पर हमें 6439 प्राप्त होता है। अब 6439 वह संख्या है जिसका अपूर्णांश .8088 है।

(iv) ऐंटिलॉगेरिथ्म 1.8088 का पूर्णांक 1 है। यह वांछित संख्या के पूर्णांश भाग में अंकों की संख्या से एक कम है। अत: वांछित संख्या के पूर्णांश भाग में अंकों की संख्या 1 + 1 = 2 होगी। वांछित संख्या 64.39 है अर्थात्

$$\text{antilog } 1.8088 = 64.39$$

उदाहरण 2- $\bar{2}.8088$ का ऐंटिलॉगेरिथ्म ज्ञात कीजिए।

उत्तर – यहाँ पूर्णांक $\bar{2}$. है अतः संख्या में दशमलव बिंदु के आगे दायीं ओर एक शून्य होना चाहिए। अतः antilog $\bar{2}.8088 = 0.06439$

लॉगेरिथ्म के नियम

(i) $\log_a m.n = \log_a m + \log_a n$

(ii) $\log_a m/n = \log_a m - \log_a n$

(iii) $\log_a m^n = n \log_a m$

लॉगेरिथ्म की परिभाषा

$\log_a 1 = 0$ (चूँकि $a^0 = 1$)

किसी भी (आधार) बेस के 1 का log शून्य होता है। तथा $\log_a a = 1$ [चूँकि $a^1 = a$, अतः किस बेस के स्वयं का लॉगेरिथ्म 1 होता है]।

I 1.6 प्राकृतिक साइन (ज्या) तालिका / कोसाइन (कोज्या) सारणी

कुछ कोणों की ज्या अथवा कोज्या (sine अथवा cosine) के मान ज्ञात करने के लिये हमें त्रिकोणमितीय फलनों की तालिका को देखने की आवश्यकता होती है। इस पुस्तिका के अंत में प्राकृतिक ज्या (Natural sine) तथा प्राकृतिक कोज्या (Natural cosine) की तालिका दत्त अनुभाग में दी गयी है। कोणों को प्रायः अंशों एवं मिनटों में दिया जाता है, उदाहरण के लिये 35°6′ अथवा 35.1°.

I 1.6.1 *प्राकृतिक ज्या तालिका को पढ़ना*

मान लीजिए हम sin 35°10' का मान पढ़ना चाहते हैं तो हमें इस प्रकार आगे बढ़ना चाहिए

(i) प्राकृतिक ज्या की तालिका खोलिए।

(ii) पहले ऊर्ध्वाधर कॉलम को देखकर 35° का पता लगाइए। इसके सामने की क्षैतिज पंक्ति का अवलोकन कीजिए। दायीं ओर 0.5736 के मान से आगे बढ़िए और जिस कॉलम के शीर्ष पर 6′ अंकित है उसके नीचे रुक जाइए। आप 0.5750 पर रुकेंगे।

(iii) परंतु हमें 10′ के लिये मान ज्ञात करना है।

10′ तथा 6′ के बीच 4′ का अंतर है। अतः हम उसी पंक्ति में औसत अंतर (Mean Difference) के कॉलम में 4′ के नीचे देखते हैं जहाँ तद्नुरूप मान 10 है। 0.5750 के अंतिम अंकों में 10 जोड़ने पर हमें 0.5760 प्राप्त होता है।

इस प्रकार sin (35°10′) = 0.5760

I 1.6.2 *प्राकृतिक कोज्या (कोसाइन) तालिका को पढ़ना*

प्राकृतिक कोसाइन तालिका को भी इसी ढंग से पढ़ा जाता है। तथापि, θ में वृद्धि होने पर cos θ

का मान घटता है, औसत अंतर (Mean Difference) को घटाया जाता है। उदाहरण के लिये $\cos 25° = 0.9063$ है। कोण $25°40'$ की कोज्या का मान ज्ञात करने के लिये अर्थात् $\cos 25°40'$ के लिये हम $\cos 25°36' = 0.9018$ पढ़ते हैं। $4'$ के लिये औसत अंतर 5 होता है जिसे 0.9018 के अंतिम अंकों से घटाया जाता है और 0.9013 प्राप्त होता है। इस प्रकार $\cos 25° 40' = 0.9013$ है।

I 1.6.3 *प्राकृतिक स्पर्शज्या (Tangent) तालिका को पढ़ना*

प्राकृतिक स्पर्शज्या तालिका को भी प्राकृतिक ज्या तालिका की ही भाँति पढ़ा जाता है।

I 1.7 ग्राफ़ आलेखन

ग्राफ़ एक ऐसा चित्रात्मक निरूपण है जो दो चर राशियों के बीच के संबंध को चित्रित करता है। यह प्रयोगिक आँकड़ों पर दृष्टिपात कर उन्हें मन में स्पष्ट रूप से देखने में भी मदद करता है एवं दो राशियों के बीच संबंध दर्शाता है। यदि दो भौतिक राशियाँ a तथा b इस प्रकार हैं कि हम जब a में परिवर्तन करते हैं तो परिणामस्वरूप b में परिवर्तन हो जाता है, तो a को स्वतंत्र चर एवं b को अवलंबित चर कहते हैं। उदाहरण के लिये जब आप दोलक की लंबाई परिवर्तित करते हैं तो इसका आवर्तकाल परिवर्तित हो जाता है। यहाँ लंबाई स्वतंत्र चर है जब कि आवर्त्त काल अवलंबित चर है।

ग्राफ़ केवल दो चर राशियों के बीच के संबंध को चित्रात्मक रूप में ही नहीं दर्शाता वरन यह हमें कुछ नियमों (जैसे बॉयल का नियम) को सत्यापित करने, बहुत से प्रेक्षणों का औसत मान ज्ञात करने, प्रयोग की प्रेक्षण सीमाओं के बाहर कुछ राशियों के मानों का बहिर्वेशन/अंतर्वेशन करने एवं दिये गये उपकरण को मापन के लिये अंशांकित अथवा अंशशोधित करने तथा अवलंबित चर राशि के अधिकतम एवं निम्नतम मान ज्ञात करने योग्य बनाता है।

ग्राफ़ों को प्राय: ग्राफ़ पेपर शीटों पर आलेखित किया जाता है जिन पर मिलीमीटर/सेंटीमीटर वर्ग खिंचे होते हैं। ग्राफ़ आलेखित करने के लिये नीचे किये गये चरणों का पालन करना होता है–

(i) स्वतंत्र चर तथा अवलंबित चर का पता लगाइए। स्वतंत्र चर का x-अक्ष के अनुदिश तथा परतंत्र चर को y-अक्ष के अनुदिश निरूपित कीजिए।

(ii) प्रत्येक चर का परिसर निर्धारित कीजिए तथा प्रत्येक को निरूपित करने के लिये उनके अक्षों के अनुदिश बड़े वर्गों की गणना कीजिए।

(iii) ग्राफ़ आलेखन में पैमाने का चयन एक विवेचनात्मक स्थिति होती है। आदर्श रूप में ग्राफ़ पर सबसे छोटा भाग माप का अल्पतमांक अथवा उस परिशुद्धता जिस तक कोई विशेष प्राचल ज्ञात है, के बराबर होना चाहिए। कई बार, ग्राफ़ की स्पष्टता के लिये अल्पतमांक का कोई उपयुक्त अंश ग्राफ़ पेपर के सबसे छोटे भाग के बराबर लिया जाता है।

(iv) मूल बिंदु का चयन एक अन्य प्रसंग है जिसका चयन विवेकपूर्वक करना चाहिए। सामान्यतः (0,0) को मूल बिंदु लेने से उद्देश्य की पूर्ति हो जाती है। परंतु सामान्यतः इस चयन को तभी अपनाया जाता है जब चरों के बीच संबंध शून्य से आरंभ होता है अथवा जहाँ किसी एक चर की शून्य स्थिति को ज्ञात करना वांछित तो होता है परंतु उसका वास्तविक निर्धारण संभव नहीं होता। तथापि, अन्य सभी प्रकरणों में मूल बिंदु का चर के शून्य मान के संगत होना आवश्यक नहीं होता। तथापि, संगत चर के निम्नतम मान से कुछ कम निकटतम पूर्ण संख्या द्वारा मूल बिंदु को निरूपित करना सुविधाजनक होता है। प्रत्येक अक्ष पर चर के मानों को केवल पूर्ण संख्याओं द्वारा ही निर्दिष्ट कीजिए।

(v) x- तथा y-अक्ष पर स्केल का अंकन भरा हुआ नहीं होना चाहिए। संख्याओं को अक्ष के प्रत्येक पाँचवें सेंटीमीटर पर लिखिए। आलेखित राशि की इकाईयों को भी लिखिए। संख्याओं के वैज्ञानिक निरूपण का उपयोग कीजिए अर्थात्, संख्या को पहले अंक के बाद दशमलव बिंदु लगाकर और संख्या को दस के उपयुक्त घात से गुणा करके लिखिए। स्केल के रूपांतरण को भी ग्राफ़ पेपर के ऊपर दायें अथवा बायें सिरे पर लिखा जा सकता है।

(vi) आलेखित ग्राफ़ के नीचे सम्मिलित भौतिक राशि के नाम अथवा संकेतों का उल्लेख करते हुए उपयुक्त शीर्षक लिखिए। ग्राफ़ पेपर पर दोनों अक्षों के अनुदिश लिये गये पैमानों को लिखिए।

(vii) जब ग्राफ़ एक सरल रेखा के रूप में अनुमानित होती है तो सामान्यतः 6 से 7 पाठ्यांक काफी होते हैं। बहुत सारे प्रेक्षणों को लेने में समय बरबाद नहीं करना चाहिए। प्रेक्षणों का सभी प्राप्य परिसरों पर फैलाव होना चाहिए।

(viii) यदि ग्राफ़ एक वक्र है तो पहले स्वतंत्र चर के समस्त परिसर का 6 से 7 चरणों में फैलाव लेकर उसके परिसर की छानबीन कीजिए। तब यह अंदाज लगाने की कोशिश कीजिए कि कहाँ पर वक्र की वक्रता में तीव्र परिवर्तन आएंगे। उन क्षेत्रों पर ज्यादा पाठ्यांक लीजिये। उदाहरणार्थ, जहाँ पर उच्चिष्ठ अथवा निम्निष्ठ है, वहाँ अग्रनिष्ठ के सटीक बिंदु को ज्ञात करने के लिये अधिक पाठ्यांक लेने की आवश्यकता होती है, जैसा कि न्यूनतम विचलण कोण δ_m ज्ञात करने में आपको δ_m के आस-पास अधिक प्रेक्षणों को लेने की ज़रूरत हो सकती है।

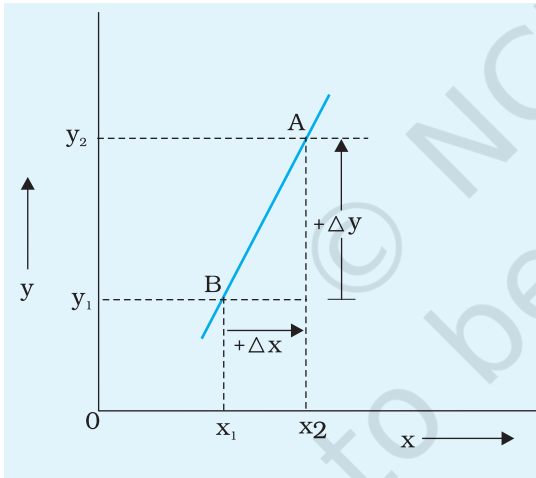
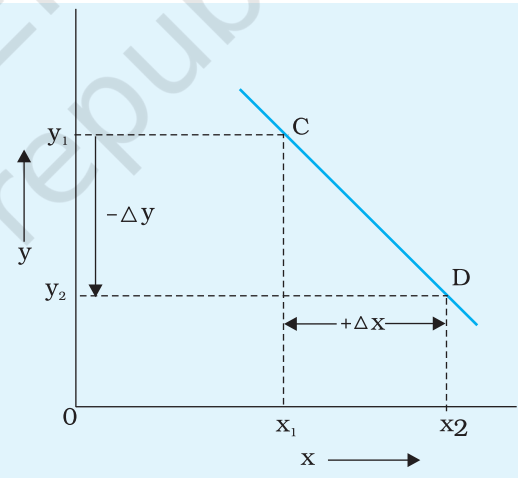
(ix) 'आँकड़ा' बिंदुओं के निरूपण का भी कुछ अर्थ होता है। आलेखित बिंदु के फैलाव की आमाप आंकड़ों की यथार्थता के अनुरूप होनी चाहिए। आइए अब हम एक ऐसा उदाहरण लेते हैं जिसमें किसी आलेखित बिंदु को एक बिंदु जिसके चारों ओर वृत्त (⊙) है द्वारा निरूपित किया गया है। केंद्रीय बिंदु मापित आंकड़े का मान है। 'x' अथवा 'y' पार्श्व के वृत्त की त्रिज्या अनिश्चितता की आमाप बताती है। यदि वृत्त की त्रिज्या अधिक है तो इसका अर्थ यह होगा कि आँकड़े में अनिश्चितता अधिक है। साथ ही, इस प्रकार का निरूपण यह बताता है कि x-अक्ष तथा y-अक्षों के अनुदिश यर्थाथता समान है। कुछ अन्य उपयोग किये जाने वाले निरूपण ⊡, ◬, ■, ▲, ×, आदि हैं, जिनका अर्थ ऊपर दिए अनुसार ही होता है।

उन प्रकरणों जिनमें x-अक्ष तथा y-अक्ष के अनुदिश अनिश्चितता भिन्न होती हैं, उपयोग होने वाले कुछ संकेत चिह्न ┼ (y-अक्ष की अपेक्षा x-अक्ष की यथार्थता अधिक है); ┼(x-अक्ष की अपेक्षा y-अक्ष की यथार्थता अधिक है)हैं।

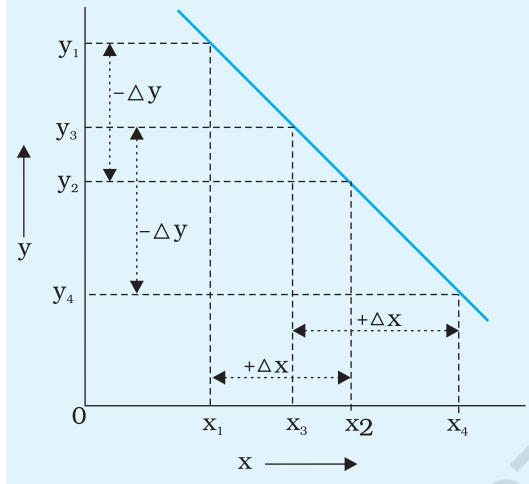
⌖, ▯, ⬮, ▮, ▬ कुछ अन्य प्रतीक हैं। आप स्वयं अन्य प्रतीकों की अभिकल्पना कर सकते हैं।

(x) सभी आँकड़ा बिंदुओं को आलेखित करने के पश्चात् सामान्य प्रचलन के अनुसार तर्कसंगतपूर्वक हाथों से निष्कोण वक्र इस प्रकार खींचा जाता है कि अधिकतम बिंदु इस वक्र पर अथवा उनके पास रहें। शेष बिंदु इस वक्र के दोनों ओर समान रूप से बँटे हों। आजकल प्रदत्त आँकड़ों से ग्राफ़ आलेखित करने के लिये कंप्यूटर का भी उपयोग किया जाता है।

I 1.7.1 सरल रेखा की प्रवणता

किसी सरल रेखा AB की प्रवणता m की परिभाषा इस प्रकार की जाती है: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

चित्र I 1.2 *प्रवणता का मान धनात्मक है*

चित्र I 1.3 *प्रवणता का मान ऋणात्मक है*

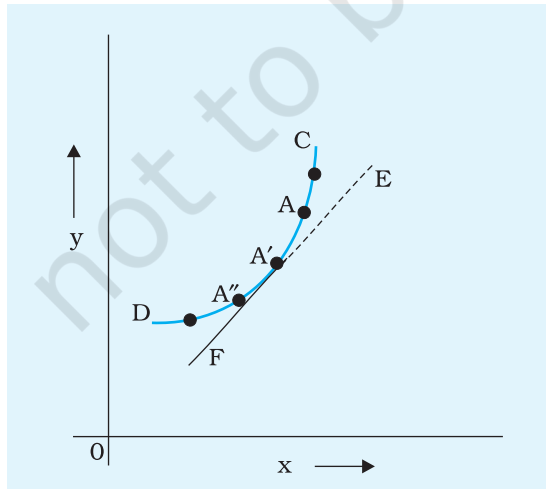
यहाँ, चित्र I 1.2 में दर्शाए अनुसार Δx वह परिवर्तन है जो x-अक्ष के अनुदिश आलेखित राशि के मान में होता है तथा Δy वह परिवर्तन है जो x-अक्ष की राशि में परिवर्तन के तदनुरूप y-अक्ष के अनुदिश आलेखित राशि के मान में होता है। यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह है कि जब Δx तथा Δy दोनों के चिह्न समान होते हैं तो m का चिह्न धनात्मक होगा, जैसा कि चित्र I 1.2 में दर्शाया गया है। इसके विपरीत यदि Δy का चिह्न Δx के चिह्न के विपरीत है (अर्थात x में वृद्धि होने पर y घटता है) तो प्रवणता m का मान ऋणात्मक होगा। इसे चित्र I 1.3 में निर्दिष्ट किया गया है।

इसके साथ ही, दी गयी सरल रेखा के सभी बिंदुओं पर प्रवणता का मान समान होता है। इसका कारण यह है कि चित्र I 1.4 में दर्शाए अनुसार सरल रेखा के सभी बिंदुओं पर x के मान में कोई दिया गया परिवर्तन करने पर y-का मान समान परिमाण में परिवर्तित होता है। इस प्रकार किसी दी गयी सरल रेखा के लिये प्रवणता नियत होती है।

चित्र I 1.4 किसी सरल रेखा की प्रवणता नियत होती है।

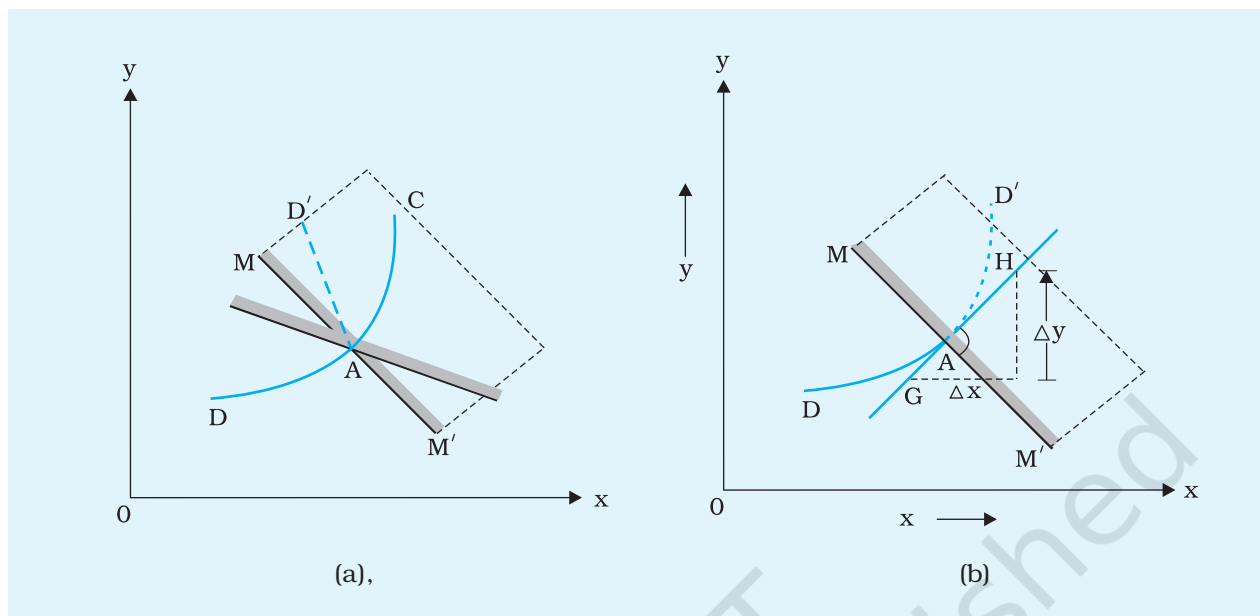
प्रवणता का अवकलन करते समय x-खंड सदैव ही पर्याप्त लंबाई का चयन करें एवं ध्यान दीजिए कि यह चर राशि का कोई पूर्णांक हो। उसके बाद y-अक्ष पर चर राशि के संगत अंतराल को माप लिया जाता है और प्रवणता का अवकलन कर लिया जाता है। सामान्यत: प्रवणता में दो से अधिक सार्थक अंक नहीं होने चाहिए। प्रवणता एवं अंत:खंड यदि कुछ है तो उनके मान ग्राफ़ पेपर पर लिखने चाहिए।

प्रवणता को $\tan\theta$ के रूप में नहीं दर्शाइए। जब दोनों अक्ष पर स्केल समान होते हैं, केवल तभी प्रवणता $\tan\theta$ के बराबर होती है। साथ में इस बात का भी ध्यान रखिए कि ग्राफ़ की प्रवणता की भौतिक सार्थकता है, ज्यामितीय सार्थकता नहीं।

प्राय: सरल रेखीय ग्राफ़ जिसकी अपेक्षा की जाती है कि मूल बिंदु से होकर गुजरे, कुछ अंत:खंड देती है। अत:, जब भी एक रैखिक संबंध अपेक्षित हो, दो राशियों के अनुपात के औसत के बदले सूत्र में प्रवणता का उपयोग करना चाहिए।

I 1.7.2 वक्र के किसी दिये गये बिंदु पर वक्र की प्रवणता

चित्र I 1.5 बिंदु A पर स्पर्शी

जैसा कि पहले निर्दिष्ट किया जा चुका है किसी सरल रेखा के प्रत्येक बिंदु पर प्रवणता का मान समान होता है। तथापि उन वक्रों के लिये जो सरल रेखीय नहीं है, यह सही नहीं है। चित्र I 1.5 में दर्शाए अनुसार वक्र CD के बिंदुओं A, A′, A″ आदि पर वक्र की प्रवणता के मान भिन्न-भिन्न हो सकते हैं।

अत: उन वक्रों के प्रकरण में जो सरल रेखीय नहीं हैं, हम किसी विशेष बिंदु पर प्रवणता के बारे में बात करते हैं। वक्र के किसी विशेष बिंदु जैसे चित्र I 1.5 में बिंदु A पर प्रवणता का मान रेखा EF कि प्रवणता के मान के बराबर होता है जो वक्र के बिंदु A पर स्पर्शी है। इस प्रकार दिए गए वक्र के किसी दिए गये बिंदु पर प्रवणता ज्ञात करने के लिये हमें उस वक्र के वांछित बिंदु पर स्पर्शी खींचना चाहिए।

चित्र I 1.6 (a), (b) एक समतल दर्पण के उपयोग से बिंदु A पर स्पर्शी खींचना।

दिये गये वक्र के किसी बिंदु पर स्पर्शी खींचने के लिये हम लकड़ी के गुटके में फंसी एक समतल दर्पण की पट्टिका का उपयोग कर सकते हैं ताकि जिस कागज़ पर वह वक्र खींचा गया है दर्पण उसके लंबवत् रखा जा सके। इसे चित्र I 1.6(a) तथा चित्र 1.6(b) में दर्शाया गया है। समतल दर्पण की पट्टिका MM′ को वांछित बिंदु A पर इस प्रकार रखा जाता है कि वक्र के भाग DA का प्रतिबिंब D′A दर्पण-पट्टिका में DA की निरंतरता प्रतीत हो। व्यापक रूप में प्रतिबिंब D′A वक्र के भाग DA से निष्कोण रूप से जुड़ा दिखाई नहीं देता जैसा कि चित्र I 1.6(a) में दर्शाया गया है।

इसके पश्चात् दर्पण पट्टिका MM′ (तथा लकड़ी के गुटके को भी जिससे यह जुड़ी है) को इसकी स्थिति बिंदु A पर स्थिर रखते हुए घुमाइए। ऐसा करने पर दर्पण में बना प्रतिबिंब D′A भी घूमता प्रतीत होगा। अब MM′ की स्थिति को इस प्रकार समायोजित कीजिए कि DAD′ चित्र I 1.6(b) में दर्शाए अनुसार निरंतर, निष्कोण वक्र की भाँति दिखायी दे। इस व्यवस्था में दर्पण के किनारे के अनुदिश नुकीली पेंसिल द्वारा रेखा MAM′ खींचिए। इसके पश्चात चाँदे की सहायता से MAM′ के बिंदु A पर लंब GH खींचिए।

GAH वह रेखा है जो वक्र DAC के बिंदु A पर वांछित स्पर्शी है। स्पर्शी GAH की प्रवणता (अर्थात् $\Delta y/\Delta x$) वक्र CAD के बिंदु A की प्रवणता है। उपरोक्त कार्यविधि का उपयोग किसी भी वक्र के किसी भी दिये गये बिंदु पर स्पर्शी खींचने के लिये किया जा सकता है।

I 1.8 प्रयोगों को संपन्न करने के लिये सामान्य निर्देश

1. छात्रों को प्रयोग के सिद्धांत को पूर्ण रूप से समझना चाहिए। प्रयोग संपन्न करने से पूर्व उसे प्रयोग का उद्देश्य तथा प्रयोग को करने के लिये अपनायी जाने वाली कार्यविधि सुस्पष्ट होनी चाहिए।

2. प्रायोगिक मेज पर उपकरण को उचित क्रम में सुव्यवस्थित करना चाहिए। किसी भी प्रकार की क्षति से बचाव के लिये सभी उपकरणों का प्रचालन सावधानी एवं सतर्कतापूर्वक किया जाना चाहिए। यदि दुर्घटनावश किसी भी प्रकार की क्षति अथवा टूट-फूट हो जाए तो इसकी तुरंत सूचना संबंधित शिक्षक महोदय को दी जानी चाहिए।
3. प्रयोग करते समय प्रयोग के लिये अपेक्षित सावधानियों का कठोर रूप से पालन करना चाहिए।
4. प्रत्येक प्रेक्षण को कई बार दोहराइए, चाहे हर बार प्रेक्षण का मान समान ही क्यों न हो। छात्र के मस्तिष्क में प्रेक्षणों को रिकॉर्ड करने की संपूर्ण उचित योजना होनी चाहिए। अधिकांश प्रयोगों में प्रेक्षणों को सारणी के रूप में रिकॉर्ड करना आवश्यक होता है।
5. परिकलनों को स्वच्छतापूर्वक (लॉगेरिथ्मीय सारणी के उपयोग को प्राथमिकता देते हुए) दर्शाया जाना चाहिए। प्रत्येक राशि की माप के समय उसकी माप में यथार्थता की कोटि का सदैव ध्यान रखना चाहिए जिससे अंतिम परिणाम में किसी भी प्रकार की बनावटी यथार्थता नहीं झलके। इसीलिए, प्राप्त परिणाम का उचित निकटन कर देना चाहिए।
6. जहाँ भी संभव हो, प्रेक्षणों का निरूपण ग्रॉफ़ की सहायता से किया जाना चाहिए।
7. परिणाम को सदैव उचित SI मात्रकों (यदि हैं, तो) में, प्रायोगिक त्रुटि सहित दर्शाया जाना चाहिए।

I 1.9 प्रयोगों को रिकॉर्ड करने के लिये सामान्य निर्देश

प्रयोगात्मक अंवेषण के परिणाम के उचित संप्रेषण के लिये प्रायोगिक पुस्तिका में प्रयोग की स्वच्छ एवं क्रमबद्ध रिकॉर्डिंग करना अत्यंत महत्वपूर्ण होता है। रिपोर्ट तैयार करने के लिये प्राय: नीचे दिये गये शीर्षकों का पालन किया जा सकता है

दिनांक:------ प्रयोग संख्या:------ पृष्ठ संख्या:------

उद्देश्य

संपन्न किये जाने वाले प्रयोग के उद्देश्य का उल्लेख सुस्पष्ट एवं ठीक-ठीक शब्दों में कीजिए।

आवश्यक उपकरण एवं सामग्री

प्रयोग को संपन्न करने के लिये आवश्यक उपकरणों एवं सामग्री का वर्णन कीजिए।

मापक यंत्रों/युक्तियों का विवरण (वैकल्पिक)

प्रयोग में उपयोग होने वाले उपकरण एवं विभिन्न महत्त्वपूर्ण मापक युक्तियों का विवरण दीजिए।

पद तथा परिभाषाएं अथवा अवधारणाएं (वैकल्पिक)

प्रयोग में उपयोग होने वाले विभिन्न महत्त्वपूर्ण पद एवं परिभाषाएं अथवा अवधारणाओं का सुस्पष्ट उल्लेख कीजिए।

नियम/सिद्धांत

उन सिद्धांतों को लिखिए जिन पर यह प्रयोग आधारित है। उपयोग होने वाला सूत्र भी लिखिए तथा सूत्र में सम्मिलित प्रतीकों का स्पष्टीकरण कीजिए (सूत्र व्युत्पन्न करने की आवश्यकता नहीं है)। प्रकाश से संबंधित प्रयोगों के सुस्पष्ट प्रकाश किरण आरेख तथा विद्युत से संबंधित प्रयोगों/कार्यकलापों के लिये स्वच्छ एवं सुस्पष्ट परिपथ आरेख खींचिए।

कार्यविधि (अंतर्निमित सावधानियों सहित)

उपकरणों को व्यवस्थित करने तथा माप लेने की कार्यविधि का क्रमबद्ध ढंग से उल्लेख करते हुए प्रयोग के विभिन्न चरणों का अंतर्निमित बरती गयी वास्तविक सावधानियों सहित वर्णन कीजिए।

प्रेक्षण

जहाँ तक संभव हो प्रेक्षणों को तालिका के रूप में साफ-साफ लिखिए और रिकॉर्ड कीजिए। शब्द के ऊपर शब्द दुबारा नहीं लिखिए। प्रेक्षण तालिका के शीर्ष पर स्पष्ट शब्दों में उपयोग होने विभिन्न मापक यंत्रों की अल्पतमांकों एवं परिसरों का उल्लेख कीजिए। यदि प्रयोग का परिणाम कुछ निश्चित अवस्थाओं जैसे ताप, दाब आदि पर निर्भर करता हो तो इन कारकों के मानों का उल्लेख भी अवश्य कीजिए।

परिकलन एवं ग्राफ़ आलेखन

विभिन्न राशियों के प्रेक्षित मानों को सूत्र में प्रतिस्थापित करके लॉगेरिथ्मीय सारिणी की सहायता से क्रमबद्ध ढंग से सुस्पष्ट संगणनाएं कीजिए। प्रायोगिक त्रुटि का भी परिकलन कीजिए। जहाँ कहीं संभव हो परिणाम को प्राप्त करने के लिये ग्राफ़ीय विधि का उपयोग कीजिए।

परिणाम

प्रायोगिक प्रेक्षणों के आधार पर निकाले गये निष्कर्षों का उल्लेख कीजिए। भौतिक राशियों के परिणामों को उनके आंकिक मानों के उचित सार्थक अंकों में उपयुक्त SI मात्रकों एवं संभावित त्रुटि सहित व्यक्त कीजिए। यदि परिणाम भौतिक अवस्थाओं जैसे ताप, दाब आदि पर निर्भर करता है तो उनका भी उल्लेख कीजिए।

सावधानियाँ

प्रयोग/कार्यकलाप करते समय वास्तव में बरती जाने वाली सावधानियों का उल्लेख कीजिए।

त्रुटियों के स्रोत

उन संभावित त्रुटियों के स्रोत उल्लेख कीजिए जो प्रयोगकर्ता छात्र के नियंत्रण से बाहर हैं तथा परिणाम को प्रभावित कर सकती हैं।

परिचर्चा

इस शीर्षक के अंतर्गत प्रयोग की प्रायोगिक व्यवस्था के विशेष कारणों का उल्लेख करना होता है। प्रयोग करते समय जिन विशेष कठिनाइयों का सामना करना पड़ा अथवा अपने प्रेक्षणों के आधार पर आप क्या विशेष निष्कर्ष निकाल सकते हैं उनका भी वर्णन कीजिए। इनमें उन बिंदुओं को भी सम्मिलित किया जा सकता है जो प्रयोग को सावधानियां बरतते हुए और अधिक यथार्थ बना सकते हैं तथा व्यापक रूप में प्रयोग में सम्मिलित मूल सिद्धांतों को और अच्छी प्रकार से समझने के लिये सिद्धांत को प्रयोग से विवेचित ढंग से संबंधित करते हैं।